

DiffNum SS 2004 - Übungsblatt 1

Autoren: Prof. Dr. Henning Esser, Jörg Peters, Bernhard Pollul

Der Gaußalgorithmus mit Zeilenvertauschung ist durchführbar für alle diagonaldominanten Matrizen A .	<input type="radio"/> wahr <input type="radio"/> falsch
Der Gaußalgorithmus mit Zeilenvertauschung ist durchführbar für alle Matrizen mit A s.p.d.	<input type="radio"/> wahr <input type="radio"/> falsch
Der Gaußalgorithmus mit Zeilenvertauschung ist durchführbar für alle Matrizen mit $\det A \neq 0$.	<input type="radio"/> wahr <input type="radio"/> falsch
Der Gaußalgorithmus ohne Zeilenvertauschung ist durchführbar für alle diagonaldominanten Matrizen A .	<input type="radio"/> wahr <input type="radio"/> falsch
Der Gaußalgorithmus ohne Zeilenvertauschung ist durchführbar für alle Matrizen mit A s.p.d.	<input type="radio"/> wahr <input type="radio"/> falsch
Der Gaußalgorithmus ohne Zeilenvertauschung ist durchführbar für alle Matrizen mit $\det A \neq 0$.	<input type="radio"/> wahr <input type="radio"/> falsch
Die L-R-Zerlegung sei durchführbar. Dann gilt eine der folgenden Aussagen: (1) $\det L = 0$ (2) $\det L = 1$ (3) $\det L = \det A$ (4) $\det L = \det R$ (5) $\det L$ kann je nach Art von A alle reellen Zahlenwerte annehmen, i.A. $\det L \neq \det A$ und $\det L \neq \det R$.	<input type="radio"/> 1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5
Ist der Gaußalgorithmus ohne Zeilenvertauschung nicht durchführbar, so gilt $\det A = 0$.	<input type="radio"/> wahr <input type="radio"/> falsch
Ist der Gaußalgorithmus ohne Zeilenvertauschung nicht durchführbar, so hat $Ax = b$ keine Lösung.	<input type="radio"/> wahr <input type="radio"/> falsch
Sei $\det A \neq 0$. Dann gibt es genau eine Lösung x des Gleichungssystems $Ax = b$ und der Gaußalgorithmus ohne Zeilenvertauschung ist <u>immer durchführbar</u> .	<input type="radio"/> wahr <input type="radio"/> falsch
Sei $\det A \neq 0$. Dann gibt es genau eine Lösung x des Gleichungssystems $Ax = b$. Es kann aber dennoch sein, daß der Gaußalgorithmus ohne Zeilenvertauschung nicht durchführbar ist.	<input type="radio"/> wahr <input type="radio"/> falsch

DiffNum SS 2004 - Übungsblatt 2

Autoren: Prof. Dr. Henning Esser, Jörg Peters, Bernhard Pollul

Die Matrix A sei eine beliebige nichtsinguläre 4×4 -dimensionale reelle Matrix. Beim Gauß-Algorithmus mit Pivot-Strategie wurde das folgende Tupel von (wie in der Vorlesung definierten) p_k gebildet:

$$p_1 = 3, \quad p_2 = 3, \quad p_3 = 4.$$

Es wurde bereits die LR-Zerlegung $PA = LR$ berechnet. Wenn wir jetzt das System $Ax = c$ lösen wollen, dann lösen wir $Rx = z$ mit der Lösung z von $Lz = \tilde{c}$. Es gilt:

(1) $\tilde{c} = c$

(2) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} c$

(3) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} c$

(4) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} c$

(5) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} c$

(6) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} c$

(7) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}^{-1} c$

(8) Ein solche Kombination von p_k ist nicht zulässig.

1 2 3 4

5 6 7 8

DiffNum SS 2004 - Übungsblatt 2

Autoren: Prof. Dr. Henning Esser, Jörg Peters, Bernhard Pollul

Die Matrix A sei eine beliebige nichtsinguläre 4×4 -dimensionale reelle Matrix. Beim Gauß-Algorithmus mit Pivot-Strategie wurde das folgende Tupel von (wie in der Vorlesung definierten) p_k :

$$p_1 = 2, \quad p_2 = 3, \quad p_3 = 2.$$

Es wurde bereits die LR-Zerlegung $PA = LR$ berechnet. Wenn wir jetzt das System $Ax = c$ lösen wollen, dann lösen wir $Rx = z$ mit der Lösung z von $Lz = \tilde{c}$. Es gilt:

(1) $\tilde{c} = c$

(2) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} c$

(3) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}^{-1} c$

(4) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} c$

(5) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} c$

(6) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} c$

(7) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} c$

(8) Ein solche Kombination von p_k ist nicht zulässig.

○ 1 ○ 2 ○ 3 ○ 4
○ 5 ○ 6 ○ 7 ○ 8

DiffNum SS 2004 - Übungsblatt 2

Autoren: Prof. Dr. Henning Esser, Jörg Peters, Bernhard Pollul

Die Matrix A sei eine beliebige nichtsinguläre 4×4 -dimensionale reelle Matrix. Beim Gauß-Algorithmus mit Pivot-Strategie wurde das folgende Tupel von (wie in der Vorlesung definierten) p_k :

$$p_1 = 2, \quad p_2 = 3, \quad p_3 = 4.$$

Es wurde bereits die LR-Zerlegung $PA = LR$ berechnet. Wenn wir jetzt das System $Ax = c$ lösen wollen, dann lösen wir $Rx = z$ mit der Lösung z von $Lz = \tilde{c}$. Es gilt:

(1) $\tilde{c} = c$

(2) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} c$

(3) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}^{-1} c$

(4) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} c$

(5) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} c$

(6) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} c$

(7) $\tilde{c} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} c$

(8) Ein solche Kombination von p_k ist nicht zulässig.

○ 1 ○ 2 ○ 3 ○ 4
○ 5 ○ 6 ○ 7 ○ 8

DiffNum SS 2004 - Übungsblatt 2

Autoren: Prof. Dr. Henning Esser, Jörg Peters, Bernhard Pollul

<p>Die Matrix A sei eine beliebige nichtsinguläre $n \times n$-dimensionale reelle Matrix. Dann gilt eine der folgenden Aussagen:</p> <p>(1) $\text{cond}(5 \cdot A) = \text{cond}(A)$ (2) $\text{cond}(5 \cdot A) = 5 \cdot \text{cond}(A)$ (3) $\text{cond}(5 \cdot A) = \sqrt{5} \cdot \text{cond}(A)$ (4) $\text{cond}(5 \cdot A) = 5n \cdot \text{cond}(A)$ (5) $\text{cond}(5 \cdot A) = \sqrt{5n} \cdot \text{cond}(A)$ (6) $\text{cond}(5 \cdot A) = 0.2 \cdot \text{cond}(A)$ (7) $\text{cond}(5 \cdot A) = 0.2 \cdot n \cdot \text{cond}(A)$ (8) $\text{cond}(5 \cdot A) = 25 \cdot n \cdot \text{cond}(A)$ (9) $\text{cond}(5 \cdot A)$ kann je nach Art von A alle reellen Zahlenwerte annehmen, i.A. gilt keine der Aussagen (1)-(8).</p>	<p><input type="radio"/> 1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 <input type="radio"/> 6 <input type="radio"/> 7 <input type="radio"/> 8 <input type="radio"/> 9</p>
<p>Die Matrix A sei eine beliebige nichtsinguläre $n \times n$-dimensionale reelle Matrix. Dann gilt eine der folgenden Aussagen:</p> <p>(1) $\text{cond}(8 \cdot A) = 64 \cdot n \cdot \text{cond}(A)$ (2) $\text{cond}(8 \cdot A) = 0.125 \cdot n \cdot \text{cond}(A)$ (3) $\text{cond}(8 \cdot A) = 0.125 \cdot \text{cond}(A)$ (4) $\text{cond}(8 \cdot A) = \sqrt{8n} \cdot \text{cond}(A)$ (5) $\text{cond}(8 \cdot A) = 8n \cdot \text{cond}(A)$ (6) $\text{cond}(8 \cdot A) = \sqrt{8} \cdot \text{cond}(A)$ (7) $\text{cond}(8 \cdot A) = 8 \cdot \text{cond}(A)$ (8) $\text{cond}(8 \cdot A) = \text{cond}(A)$ (9) $\text{cond}(8 \cdot A)$ kann je nach Art von A alle reellen Zahlenwerte annehmen, i.A. gilt keine der Aussagen (1)-(8).</p>	<p><input type="radio"/> 1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 <input type="radio"/> 6 <input type="radio"/> 7 <input type="radio"/> 8 <input type="radio"/> 9</p>
<p>Die Matrix A sei eine beliebige nichtsinguläre $n \times n$-dimensionale reelle Matrix. Sei $B = 4 \cdot A$. Dann gilt eine der folgenden Aussagen:</p> <p>(1) $\text{cond}(B) = 4n \cdot \text{cond}(A)$ (2) $\text{cond}(B) = 2 \cdot \text{cond}(A)$ (3) $\text{cond}(B) = 4 \cdot \text{cond}(A)$ (4) $\text{cond}(B) = \text{cond}(A)$ (5) $\text{cond}(B) = 2\sqrt{n} \cdot \text{cond}(A)$ (6) $\text{cond}(B) = 0.5 \cdot \text{cond}(A)$ (7) $\text{cond}(B) = 0.5 \cdot n \cdot \text{cond}(A)$ (8) $\text{cond}(B) = 16 \cdot n \cdot \text{cond}(A)$ (9) $\text{cond}(B)$ kann je nach Art von A alle reellen Zahlenwerte annehmen, i.A. gilt keine der Aussagen (1)-(8).</p>	<p><input type="radio"/> 1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 <input type="radio"/> 6 <input type="radio"/> 7 <input type="radio"/> 8 <input type="radio"/> 9</p>

DiffNum SS 2004 - Übungsblatt 2

Autoren: Prof. Dr. Henning Esser, Jörg Peters, Bernhard Pollul

<p>Die Matrix A sei eine beliebige nichtsinguläre $n \times n$-dimensionale reelle Matrix. Sei $B = 9 \cdot A$. Dann gilt eine der folgenden Aussagen:</p> <p>(1) $\text{cond}(A) = \text{cond}(B)$ (2) $\text{cond}(A) = 0.\overline{1} \cdot \text{cond}(B)$ (3) $\text{cond}(A) = 0.\overline{3} \cdot \text{cond}(B)$ (4) $\text{cond}(A) = 0.\overline{1} \cdot n^{-1} \text{cond}(B)$ (5) $\text{cond}(A) = 0.\overline{3} \cdot n^{-1} \text{cond}(B)$ (6) $\text{cond}(A) = 9 \cdot \text{cond}(B)$ (7) $\text{cond}(A) = 9 \cdot n^{-1} \cdot \text{cond}(B)$ (8) $\text{cond}(A) = \frac{1}{81n} \text{cond}(B)$ (9) Im Allgemeinen gilt keine der Aussagen (1)-(8).</p>	<p><input type="radio"/> 1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 <input type="radio"/> 6 <input type="radio"/> 7 <input type="radio"/> 8 <input type="radio"/> 9</p>
<p>Sei A eine nichtsinguläre $n \times n$-dimensionale reelle Matrix. Wir definieren mit $\tilde{p} = (\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \dots, \tilde{p}_n)$ einen Zeilenpermutationsvektor. Hierbei sind alle \tilde{p}_k ($k = 1, 2, \dots, n$) paarweise verschieden, nehmen zusammen die Werte $1, 2, \dots, n$ an und $\tilde{p}_k = l$ bedeutet, daß die k-te Zeile der permutierten Matrix \tilde{A} die l-te Zeile von A ist. Beispiele: Für $\tilde{p} = (1, 2, \dots, n)$ werden keine Zeilen vertauscht und es ist $A = \tilde{A}$. Für $\tilde{p} = (1, 2, 4, 3, 5, 6, 7, \dots, n)$ ist \tilde{A} die Matrix, die man erhält, wenn die Zeilen 3 und 4 in A vertauscht werden. Sei nun $n = 4$. Finden Sie die aus der Vorlesung zum Gauß-Algorithmus gehörenden passenden p_k zu dem Permutationsvektor $\tilde{p} = (1, 4, 2, 3)$:</p> <p>(1) $p_1 = 1, p_2 = 3, p_3 = 3$ (2) $p_1 = 1, p_2 = 4, p_3 = 2$ (3) $p_1 = 1, p_2 = 4, p_3 = 4$ (4) $p_1 = 3, p_2 = 3, p_3 = 3$ (5) $p_1 = 0, p_2 = 2, p_3 = 0$ (6) $p_1 = 2, p_2 = 2, p_3 = 4$</p>	<p><input type="radio"/> 1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 <input type="radio"/> 6</p>

DiffNum SS 2004 - Übungsblatt 2

Autoren: Prof. Dr. Henning Esser, Jörg Peters, Bernhard Pollul

<p>Sei A eine nichtsinguläre $n \times n$-dimensionale reelle Matrix. Wir definieren mit $\tilde{p} = (\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \dots, \tilde{p}_n)$ einen Zeilenpermutationsvektor. Hierbei sind alle \tilde{p}_k ($k = 1, 2, \dots, n$) paarweise verschieden, nehmen zusammen die Werte $1, 2, \dots, n$ an und $\tilde{p}_k = l$ bedeutet, daß die k-te Zeile der permutierten Matrix \tilde{A} die l-te Zeile von A ist. Beispiele: Für $\tilde{p} = (1, 2, \dots, n)$ werden keine Zeilen vertauscht und es ist $A = \tilde{A}$. Für $\tilde{p} = (1, 2, 4, 3, 5, 6, 7, \dots, n)$ ist \tilde{A} die Matrix, die man erhält, wenn die Zeilen 3 und 4 in A vertauscht werden. Sei nun $n = 4$. Finden Sie die aus der Vorlesung zum Gauß-Algorithmus gehörenden passenden p_k zu dem Permutationsvektor $\tilde{p} = (1, 4, 3, 2)$:</p> <ol style="list-style-type: none">(1) $p_1 = 1$, $p_2 = 2$, $p_3 = 3$(2) $p_1 = 1$, $p_2 = 4$, $p_3 = 4$(3) $p_1 = 4$, $p_2 = 2$, $p_3 = 3$(4) $p_1 = 1$, $p_2 = 4$, $p_3 = 3$(5) $p_1 = 0$, $p_2 = 2$, $p_3 = 0$(6) $p_1 = 2$, $p_2 = 2$, $p_3 = 4$	<p><input type="radio"/> 1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 <input type="radio"/> 6</p>
<p>Sei A eine nichtsinguläre $n \times n$-dimensionale reelle Matrix. Wir definieren mit $\tilde{p} = (\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \dots, \tilde{p}_n)$ einen Zeilenpermutationsvektor. Hierbei sind alle \tilde{p}_k ($k = 1, 2, \dots, n$) paarweise verschieden, nehmen zusammen die Werte $1, 2, \dots, n$ an und $\tilde{p}_k = l$ bedeutet, daß die k-te Zeile der permutierten Matrix \tilde{A} die l-te Zeile von A ist. Beispiele: Für $\tilde{p} = (1, 2, \dots, n)$ werden keine Zeilen vertauscht und es ist $A = \tilde{A}$. Für $\tilde{p} = (1, 2, 4, 3, 5, 6, 7, \dots, n)$ ist \tilde{A} die Matrix, die man erhält, wenn die Zeilen 3 und 4 in A vertauscht werden. Sei nun $n = 4$. Finden Sie die aus der Vorlesung zum Gauß-Algorithmus gehörenden passenden p_k zu dem Permutationsvektor $\tilde{p} = (2, 1, 4, 3)$:</p> <ol style="list-style-type: none">(1) $p_1 = 2$, $p_2 = 2$, $p_3 = 4$(2) $p_1 = 2$, $p_2 = 1$, $p_3 = 4$(3) $p_1 = 1$, $p_2 = 4$, $p_3 = 4$(4) $p_1 = 1$, $p_2 = 4$, $p_3 = 3$(5) $p_1 = 0$, $p_2 = 2$, $p_3 = 0$(6) $p_1 = 3$, $p_2 = 2$, $p_3 = 4$	<p><input type="radio"/> 1 <input type="radio"/> 2 <input type="radio"/> 3 <input type="radio"/> 4 <input type="radio"/> 5 <input type="radio"/> 6</p>

DiffNum SS 2004 - Übungsblatt 2

Autoren: Prof. Dr. Henning Esser, Jörg Peters, Bernhard Pollul

Sei A eine nichtsinguläre $n \times n$ -dimensionale reelle Matrix.

Wir definieren mit $\tilde{p} = (\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \dots, \tilde{p}_n)$ einen Zeilenpermutationsvektor. Hierbei sind alle \tilde{p}_k ($k = 1, 2, \dots, n$) paarweise verschieden, nehmen zusammen die Werte $1, 2, \dots, n$ an und $\tilde{p}_k = l$ bedeutet, daß die k -te Zeile der permutierten Matrix \tilde{A} die l -te Zeile von A ist.

Beispiele:

Für $\tilde{p} = (1, 2, \dots, n)$ werden keine Zeilen vertauscht und es ist $A = \tilde{A}$.

Für $\tilde{p} = (1, 2, 4, 3, 5, 6, 7, \dots, n)$ ist \tilde{A} die Matrix, die man erhält, wenn die Zeilen 3 und 4 in A vertauscht werden.

Sei nun $n = 4$. Finden Sie die aus der Vorlesung zum Gauß-Algorithmus gehörenden passenden p_k zu dem Permutationsvektor $\tilde{p} = (3, 2, 4, 1)$:

(1) $p_1 = 3$, $p_2 = 2$, $p_3 = 3$

(2) $p_1 = 3$, $p_2 = 2$, $p_3 = 1$

(3) $p_1 = 1$, $p_2 = 4$, $p_3 = 2$

(4) $p_1 = 1$, $p_2 = 4$, $p_3 = 3$

(5) $p_1 = 0$, $p_2 = 2$, $p_3 = 0$

(6) $p_1 = 3$, $p_2 = 2$, $p_3 = 4$

- 1 ○ 2 ○ 3 ○ 4
- 5 ○ 6

DiffNum SS 2004 - Übungsblatt 3

Autoren: Prof. Dr. Henning Esser, Jörg Peters, Bernhard Pollul

<p>Die Funktion $f : x \rightarrow f(x)$, die eine hohe Konditionszahl $\kappa(x)$ hat, soll bei x_0 ausgewertet werden. Die Daten in x sind jedoch gestört. Kreuzen Sie alle richtigen Aussagen an:</p> <p>(1) Die relativen Eingabefehler in x werden entsprechend der Konditionszahl verstärkt und erzeugen einen hohen Fehler im Resultat.</p> <p>(2) Eingabefehler werden durch den Faktor $\kappa(x)^{-1}$ gedämpft, daher ist mit guten Ergebnissen zu rechnen. Man sollte jedoch darauf achten, einen stabilen Algorithmus zu verwenden, um z.B. Auslöschung zu vermeiden.</p> <p>(3) Das Ergebnis lässt sich nicht weiter verbessern: Findet man eine Funktion $g(x)$ mit $g(x_0) = f(x_0)$, so ist die Fehlerverstärkung genauso groß, weil die Kondition nur vom Problem abhängt.</p> <p>(4) Ein solcher Algorithmus ist nicht stabil.</p>	<p><input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4</p>
<p>Die Funktion $f : x \rightarrow f(x)$, die eine sehr kleine Konditionszahl $\kappa(x)$ hat, soll bei x_0 ausgewertet werden. Die Daten in x sind jedoch gestört. Kreuzen Sie alle richtigen Aussagen an:</p> <p>(1) Die relativen Eingabefehler in x werden entsprechend der Konditionszahl verstärkt und erzeugen einen sehr großen Fehler im Resultat.</p> <p>(2) Eingabefehler werden nur leicht verstärkt oder sogar gedämpft, daher ist mit guten Ergebnissen zu rechnen. Man sollte jedoch darauf achten, einen stabilen Algorithmus zu verwenden, um z.B. Auslöschung zu vermeiden.</p> <p>(3) Das Ergebnis lässt sich nicht weiter verbessern: Findet man eine Funktion $g(x)$ mit $g(x_0) = f(x_0)$, so ist die Fehlerverstärkung genauso groß, weil die Kondition nur vom Problem abhängt.</p> <p>(4) Ein solcher Algorithmus ist immer stabil.</p>	<p><input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4</p>
<p>In dieser Aufgabe geht es um den Fixpunktsatz von Banach. Gesucht ist ein Fixpunkt x^* einer Funktion $F(x)$. Kreuzen Sie alle richtigen Aussagen an:</p> <p>(1) Angenommen es existiere ein Fixpunkt x^* in einem Intervall D. Ist dort die Selbstabbildung verletzt, so gibt es einen Punkt $x_0 \in D$, so daß $F(x_0) \notin D$.</p> <p>(2) Wenn die Selbstabbildung für D nicht gezeigt werden kann, kann man sicher sein, daß in D keine Fixpunkte von F existieren.</p> <p>(3) Wenn die Kontraktionsbedingung für D nicht gezeigt werden kann, kann es sein, daß trotzdem ein Fixpunkt existiert.</p> <p>(4) Es kann sein, daß die Voraussetzung der Kontraktivität für jedes noch so kleine $\bar{B}_r(x^*)$ nicht gelten, und es dennoch einen Fixpunkt in $\bar{B}_r(x^*)$ gibt.</p>	<p><input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4</p>

DiffNum SS 2004 - Übungsblatt 3

Autoren: Prof. Dr. Henning Esser, Jörg Peters, Bernhard Pollul

<p>In dieser Aufgabe geht es um den Fixpunktsatz von Banach. Gesucht ist ein Fixpunkt x^* einer Funktion $F(x)$. Kreuzen Sie alle richtigen Aussagen an:</p> <p>(1) Angenommen, es existiere ein Fixpunkt x^* in einem abgeschlossenen Intervall D. Ist dort die Kontraktionsbedingung verletzt, so gibt es einen Punkt $x^* \neq x_0 \in D$, dessen Abstand zum Fixpunkt sich vergrößert, d.h. $\ x^* - F(x_0)\ \geq \ x^* - x_0\$.</p> <p>(2) Wenn die Selbstabbildung für D nicht gezeigt werden kann, kann es sein, daß trotzdem ein Fixpunkt existiert.</p> <p>(3) Wenn die Kontraktionsbedingung für D nicht gezeigt werden kann, kann man sicher sein, daß in D keine Fixpunkte von F existieren.</p> <p>(4) Sind alle Voraussetzungen des Fixpunktsatzes von Banach für D erfüllt, so findet man alle Fixpunkte in D mit der Fixpunktiteration.</p>	<p><input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4</p>
<p>In dieser Aufgabe geht es um den Fixpunktsatz von Banach. Gesucht ist ein Fixpunkt x^* einer Funktion $F(x)$. Kreuzen Sie alle richtigen Aussagen an:</p> <p>(1) Man kann mit jedem beliebigen Startwert im Definitionsbereich den Fixpunkt ermitteln, falls die Voraussetzungen des Fixpunktsatzes von Banach erfüllt sind.</p> <p>(2) Wenn die Selbstabbildung und die Kontraktionsbedingung für D nicht gezeigt werden können, kann man sicher sein, daß in D keine Fixpunkte von F existieren.</p> <p>(3) Wenn ein Fixpunkt in D existiert, kann man immer ein $D_1 \subset D$ finden, so daß die Voraussetzungen des Fixpunktsatzes von Banach in D_1 erfüllt sind.</p> <p>(4) Wenn das Fixpunktverfahren konvergiert, dann sind auch die Voraussetzungen des Fixpunktsatzes von Banach in D erfüllt.</p>	<p><input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4</p>
<p>Kreuzen Sie alle richtigen Aussagen an:</p> <p>(1) Die Konditionszahl einer Funktion gibt an, wie stark sich Eingabefehler verstärken, unter der Annahme, man verwende exakte Arithmetik.</p> <p>(2) Die Konditionszahl einer Funktion gibt an, wie stark sich Eingabefehler aufgrund von Instabilitäten im verwendeten Algorithmus verstärken.</p> <p>(3) Kondition ist der unvermeidbare Fehler einer Funktion.</p> <p>(4) Ein stabiler Algorithmus impliziert eine geringe Kondition.</p>	<p><input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4</p>

DiffNum SS 2004 - Übungsblatt 5

Autoren: Prof. Dr. Henning Esser, Jörg Peters, Bernhard Pollul

<p>Bei der Polynominterpolation sind folgende Aussagen richtig:</p> <p>(1) Bei nicht-äquidistanten (aber paarweise verschiedenen) Stützstellen ist das Newton-Schema immer durchführbar.</p> <p>(2) Bei paarweise verschiedenen Stützstellen ist die Interpolationsaufgabe immer eindeutig lösbar.</p> <p>(3) Bei der Bestimmung des Interpolationspolynoms durch ein Gleichungssystem kommt es nicht auf die Reihenfolge der Stützstellen an.</p> <p>(4) In der Newton-Darstellung haben die Interpolationspolynome meist einen höheren Grad als in der Normalenform.</p>	<p><input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4</p>
<p>Bei der Polynominterpolation sind folgende Aussagen richtig:</p> <p>(1) Bei paarweise verschiedenen Stützstellen ist die Interpolationsaufgabe nur dann immer eindeutig lösbar, wenn auch die vorgegeben Funktionswerte an den Stützstellen alle paarweise verschieden sind.</p> <p>(2) Bei nicht-äquidistanten (aber paarweise verschiedenen) Stützstellen ist das Newton-Schema nicht immer durchführbar.</p> <p>(3) Beim Newton-Schema zur Bestimmung des Interpolationspolynoms kommt es nicht auf die Reihenfolge der Stützstellen an.</p> <p>(4) In der Lagrange-Darstellung haben die Interpolationspolynome meist einen höheren Grad als in der Normalenform.</p>	<p><input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4</p>
<p>Bei der Polynominterpolation sind folgende Aussagen richtig:</p> <p>(1) Nur eine äquidistante Wahl der Stützstellen garantiert den maximalen Grad des Interpolationspolynoms.</p> <p>(2) Beim Newton-Schema zur Bestimmung des Interpolationspolynoms kommt es auf die Reihenfolge der Stützstellen an.</p> <p>(3) In der Lagrange-Darstellung haben die Interpolationspolynome meist einen niedrigeren Grad als in der Normalenform.</p> <p>(4) Bei paarweise verschiedenen Stützstellen ist die Interpolationsaufgabe immer eindeutig lösbar.</p>	<p><input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4</p>
<p>Die Lagrangeschen Grundpolynome haben folgende Eigenschaften:</p> <p>(1) Die Extremwerte der Lagrangeschen Grundpolynome liegen immer genau an den Stützstellen.</p> <p>(2) Der Grad der Lagrangeschen Grundpolynome ist immer gleich der Anzahl der Stützstellen.</p> <p>(3) Die Lagrangeschen Grundpolynome haben an einer Stützstelle genau den Wert 1 und an allen anderen den Wert 0.</p> <p>(4) Die Lagrangeschen Grundpolynome sind immer stetige Funktionen.</p>	<p><input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4</p>

DiffNum SS 2004 - Übungsblatt 5

Autoren: Prof. Dr. Henning Esser, Jörg Peters, Bernhard Pollul

<p>Die Lagrangeschen Grundpolynome haben folgende Eigenschaften:</p> <p>(1) Die Lagrangeschen Grundpolynome sind unstetige, aus Geradenstücken zusammengesetzte, Funktionen.</p> <p>(2) Die Extremwerte der Lagrangeschen Grundpolynome liegen immer genau an den Stützstellen.</p> <p>(3) Wenn s Stützstellen vorliegen, so ist er Grad der Lagrangeschen Grundpolynome genau $s - 1$.</p> <p>(4) Die Lagrangeschen Grundpolynome haben an einer Stützstelle genau den Wert 1 und an allen anderen den Wert -1.</p>	<input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4
<p>Die Lagrangeschen Grundpolynome haben folgende Eigenschaften:</p> <p>(1) Wenn $s+1$ Stützstellen vorliegen, so ist er Grad der Lagrangeschen Grundpolynome genau s.</p> <p>(2) Die Lagrangeschen Grundpolynome sind unendlich oft differenzierbar.</p> <p>(3) Ein Extremwert eines Lagrangeschen Grundpolynome liegt immer genau an der zugehörigen Stützstelle.</p> <p>(4) Die Lagrangeschen Grundpolynome haben an einer Stützstelle genau den Wert 0 und an allen anderen den Wert 1.</p>	<input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3 <input type="checkbox"/> 4
<p>Es liege das Problem der Lösung eines Ausgleichsproblems mittels Normalgleichungen $A^t Ax = A^t b$, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $m \geq n$, vor.</p> <p>(1) Dieses Problem ist meist schlecht konditioniert.</p> <p>(2) Dieses Problem ist meist gut konditioniert.</p> <p>(3) Dieses Problem ist stets eindeutig lösbar, falls $\text{Rang}(A) = m$.</p>	<input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3
<p>Es liege das Problem der Lösung eines Ausgleichsproblems mittels Normalgleichungen $A^t Ax = A^t b$, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $m \geq n$, vor.</p> <p>(1) Dieses Problem ist meist schlecht konditioniert.</p> <p>(2) Dieses Problem ist meist gut konditioniert.</p> <p>(3) Dieses Problem ist stets eindeutig lösbar, falls $\text{Rang}(A) = n$.</p>	<input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3
<p>Es liege das Problem der Lösung eines Ausgleichsproblems mittels Normalgleichungen $A^t Ax = A^t b$, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $m \geq n$, vor.</p> <p>(1) Dieses Problem ist stets eindeutig lösbar, falls $\text{Rang}(A) = m - n$.</p> <p>(2) Dieses Problem ist meist schlecht konditioniert.</p> <p>(3) Dieses Problem ist meist gut konditioniert.</p>	<input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3
<p>Es liege das Problem der Lösung eines Ausgleichsproblems mittels Normalgleichungen $A^t Ax = A^t b$, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $m \geq n$, vor.</p> <p>(1) Dieses Problem ist stets eindeutig lösbar, falls $\text{Rang}(A) = n$.</p> <p>(2) Dieses Problem ist meist gut konditioniert.</p> <p>(3) Dieses Problem ist meist schlecht konditioniert.</p>	<input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 3

DiffNum SS 2004 - Übungsblatt 6

Autoren: Prof. Dr. Henning Esser, Jörg Peters, Bernhard Pollul

Das implizite Euler-Verfahren ist konsistent mit Ordnung 1 (f stetig diffbar)	<input type="radio"/> wahr <input type="radio"/> falsch
Ist $y(t)$ Lösung des Anfangswertproblems $y'(t) = f(t, y(t)), y(t_0) = y_0, t, t_0 \in I, I$ reelles Intervall, mit einer stetigen Funktion f , dann konvergiert das Euler-Cauchy-Verfahren gegen diese Lösung für $h \rightarrow 0$.	<input type="radio"/> wahr <input type="radio"/> falsch
Ist $y(x)$ Lösung des Anfangswertproblems $y'(x) = f(x, y(x)), y(x_0) = y_0, x, x_0 \in I, I$ reelles Intervall, mit einer stetigen Funktion f , dann konvergiert das verbesserte Euler-Cauchy-Verfahren gegen diese Lösung für $h \rightarrow 0$.	<input type="radio"/> wahr <input type="radio"/> falsch
Verschwindet der lokale Abbruchfehler bei einem Runge-Kutta-Verfahren für $h \rightarrow 0$ so nennt man das Verfahren konsistent.	<input type="radio"/> wahr <input type="radio"/> falsch